



组合数学

潘海为

第2讲

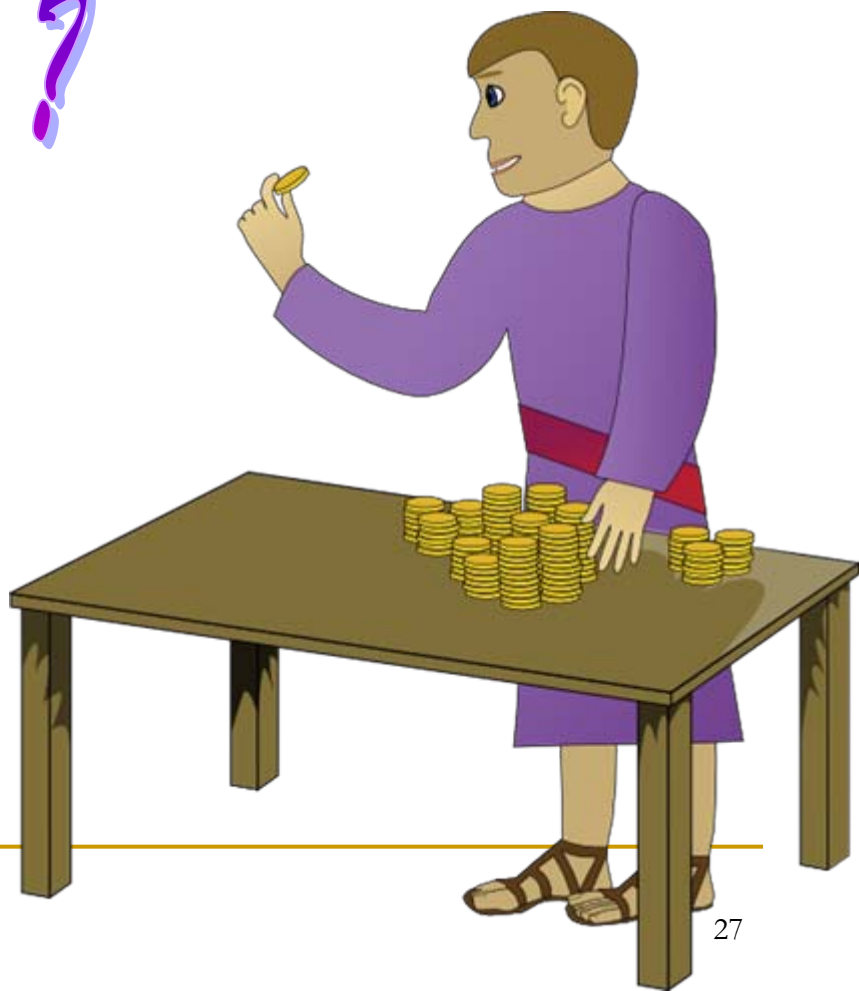
<http://rciip.hrbeu.edu.cn>

本讲内容

- 加法法则与乘法法则
- 一一对应法则
- 排列与组合
- 排列与组合的生成算法
- 若干组合等式



计数?



计数法则

■ 加法法则

分类
加法计数

■ 乘法法则

分步
乘法计数

■ 一一对应法则

难
转化问题

加法法则

- 假设有两个互斥的事件 A 与事件 B ，事件 A 有 m 种产生方式，事件 B 有 n 种产生方式，则事件 A 或 B ，有 $m + n$ 种产生方式
- 集合论语言描述如下：
若 $|A| = m$, $|B| = n$, $A \cap B = \emptyset$, 则 $|A \cup B| = m + n$

加法法则

- **例1** 在 6 位二进制数中，求至少有连续 4 位为 1 的数有多少个？

- 解题思路

答案是 8

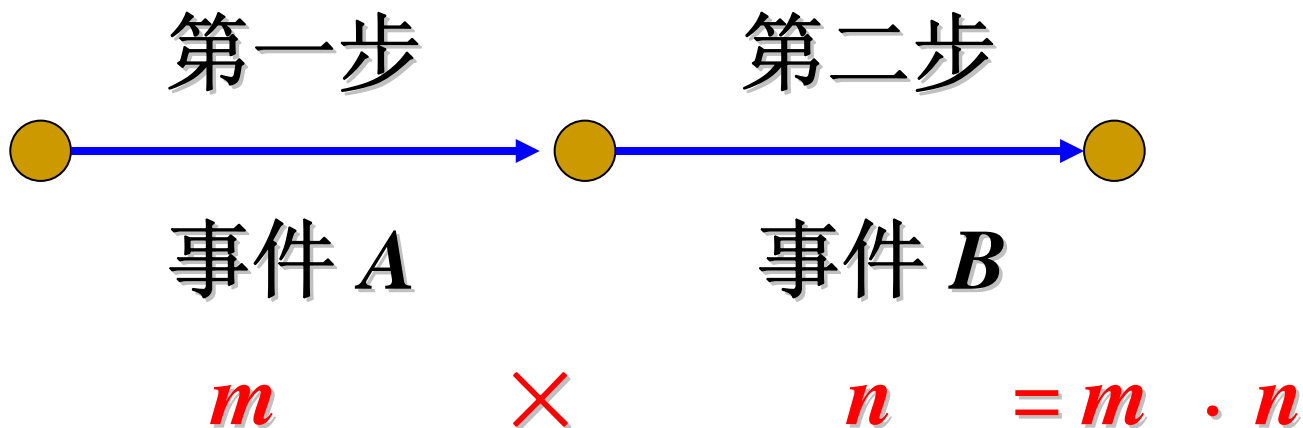
- 关键是找分类条件
- 至少有连续4位为1的数，只包含三类数：连续4位为1的数，连续5位为1数和连续6位为1的数
- 因此，根据连续为1的位数的不同可将问题集合划分成3个互斥的子集合
- 再根据加法法则把各子集合的数量进行相加

乘法法则

- 假设有两个相互独立的事件 A 和事件 B , 事件 A 有 m 种产生方式, 事件 B 有 n 种产生方式, 则事件 A 和 B 共有 $m \cdot n$ 种产生方式
- 集合论语言描述如下:
若 $|A| = m$, $|B| = n$, $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$,
 $A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$,
则 $|A \times B| = m \cdot n$

乘法法则

- 实质上，相当于把计数过程分成了相互独立的两个步骤



乘法法则

- **例2** 从 A 到 B 有 3 条道路，从 B 到 C 有 2 条道路，则从 A 经 B 到 C 共有几条道路？

6

- **例3** 求在 1000 到 9999 之间有多少个每位上的数字均不同的奇数？在 2000 到 9999 呢？

- 解题思路：

$$5 * 8 * 8 * 7$$

① 第 4 位一定是奇数；

② 第 1 位不能为 0；

③ 1、4 位不能相同，而且 2、3 不能与 1、4 为相同；

$$1 * 8 * 8 * 7 + 4 * 7 * 8 * 7$$

加法法则与乘法法则

- **例4** 求小于10000的含1的正整数的个数

$$10^4 - 1 - (9^4 - 1)$$

- 求解思路

- 含1的正整数的情况有很多种
- 相反，不含1的正整数和所有的小于10000的正整数个数确容易得到
- 使用加法法则的逆——减法规则解决此题

加法法则与乘法法则

- **例5** 求小于10000的含0的正整数的个数
 - 需要特别注意的是“含0”和“含1”不可直接套用。**0019含1但不含0**
 - 在组合数学的习题中有许多类似的**隐含**规定，要特别留神

2619